Studi Model Model 3 D Perambatan Gelombang Mekanik dalam SASW

Sri Atmaja P. Rosyidi

Model matrik kekakuan dinamik 3 D adalah pemodelan yang sesuai bagi menggambarkan atau mensimulasi perilaku gelombang pada media yang berlapis. Pada studi literatur ini, dasar umum algortima memgenai model 3 D matrik kekakuan dinamik adalah disampaikan. Kajian yang dilakukan oleh Kausel & Röesset (1981) menjelaskan bahwa persamaan dasar yang penyebaran gelombang R dapat diturunkan melalui pendekatan matrik dengan mengubah bentuk perpindahan gelombang kepada hubungan vektor. Tahapan untuk menerbitkan persamaan perpindahan dan tegangan dapat dirujuk dalam Mera *et al*. (1991) dan Gucunski (1991). Pendekatan untuk menurunkan persamaan penyebaran gelombang R adalah menggunakan matrik kekukuhan dinamik (*dynamic stiffness matrix*) yang dikaji oleh Kausel & Röesset (1981). Matrik kekukuhan dinamik memasukkan fungsi perpindahan dan daya dalam domain frekuensi dan nomor gelombang menggunakan parameter kekakuan bahan pada permukaan atas dan bagian bawah suatu lapisan media. Kausel & Röesset (1981) juga memasukkan fungsi gerak balas unit beban menegak dalam metode kekakuan untuk sistem media berlapis yang dirumuskan sebagai berikut :

$$P = K\,U \tag{1}$$

disini K = matrik kekakuan dinamik lapisan dalam frekuensi dan nomor gelombang tertentu dan U merupakan fungsi perpindahan tempat partikel gelombang (*particle displacement*).

Kausel & Peak (1982) mengusulkan penyelesaian numeris 3 D perambatan gelombang mekanik untuk gerak respon pada sensor gelombang yang diletakkan pada jarak yang berubah-ubah dengan sumber gelombang vertikal. Sistem yang dibentuk adalah berasaskan ruang setengah bulatan dengan permukaan lapisan teratas berbentuk lingkaran berkoordinat silinder (Gambar 1). Susunan umum perpindahan gelombang dan tegangan model 3 D pada lapisan permukaan suatu media dalam sistem koordinat silinder dinyatakan sebagai (Mera *et al*., 1991):

$$\begin{bmatrix} \overline{\mathrm{U}} \\ \overline{\mathrm{S}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Cn & \cdot \\ \cdot & Cn \end{bmatrix} \mathrm{T}\, \mathrm{E}_{(z)}\, \mathrm{A} \exp(i\omega t) \tag{2}$$

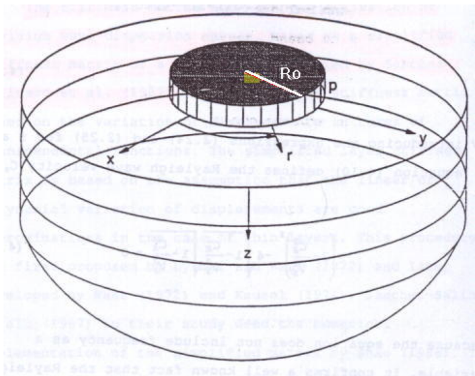
disini, T, E(z) dan A adalah susunan matrik sebagai :

$$
T = \begin{bmatrix} 1 & s & 1 & -s \\ -r & -1 & r & -1 \\ 2kGr & kG(1+s^2) & -2kGr & kG(1+s^2) \\ -kG(1+s^2) & -2kGs & -kG(1+s^2) & 2kGs \end{bmatrix} \tag{3}
$$

$$
E_{(Z)} = \text{Diag}\ [\ e^{krz}, e^{ksz}, e^{-krz}, e^{-ksz}\ ] \tag{4}
$$

$$
A = \left[\frac{kV_p}{\omega} A_p, \frac{ikV_s}{\omega} A_{sv}, \frac{kV_p}{\omega} A'_p, \frac{ikV_s}{\omega} A'_{sv} \right]^T \tag{5}
$$

Cn = *Cn* (k*r*), adalah merupakan fungsi silinder pada peringkat *n* dan juga merupakan jenis (*kind*) pertama, kedua atau ketiga dari fungsi transformasi Bessel atau Neumann atau Hankel.



Gambar 1. Pendekatan model 3 D dalam simulasi pergerakan gelombang

Seterusnya vektor beban (mewakili fungsi tegangan) pada permukaan media dapat dinyatakan dalam domain frekuensi-nomor gelombang yang ditransformasikan dari domain ruang sebagai :

$$
\overline{Ps}_{(k,n)} = a_n \int_{r=0}^{\infty} r \cdot Cn \int_{\theta=0}^{2\pi} Dn\ Ps_{(r,\theta)}\ d\theta\, dr \tag{6}
$$

disini,

$\overline{Ps}_{(k,n)}$ = vektor beban dalam domain frekuensi dan nomor gelombang.

$Ps_{(r,\theta)}$ = vektor beban dalam domain ruang yang komponennya dinyatakan dalam arah radial/jari-jari, tangen dan vertikal/tegak.

Faktor a_n bernilai $\frac{1}{2\pi}$ untuk n = 0 dan $\frac{1}{\pi}$ untuk $n \neq 0$,

$Dn_{(n,\theta)}$ dinyatakan sebagai matrik [cos n θ, - sin n θ, cos n θ]^T untuk susunan simetri dan [sin n θ, cos n θ, sin n θ] untuk susunan anti simetri.

Perpindahan gelombang horizontal, u(k), dan vertikal, w(k), dapat ditentukan menggunakan hubungan persamaan beban dan matrik kekukuhan sebagai :

$$\overline{\mathrm{Us}} = \mathrm{K}^{-1}\,\overline{\mathrm{Ps}} \tag{7}$$

Dalam domain ruang, inversi transformasi Hankel diperlukan untuk menyusun perpindahan berdomain nomor gelombang pada arah perputaran. Persamaan umumnya dinyatakan sebagai (Mera *et al*. 1991) :

$$\mathrm{Us}_{(r,\theta)} = \sum_{\mathrm{n}=0}^{\infty} D_{(\mathrm{n}\theta)} \int_{\mathrm{k}=0}^{\infty} \mathrm{k}\, Cn_{(\mathrm{k}r)}\, \overline{\mathrm{Us}}_{(\mathrm{k},n)}\, dk \tag{8}$$

dimana $\mathrm{Us}_{(r,\theta)}$ mewakili perpindahan pada domain ruang dan $\overline{\mathrm{Us}}_{(\mathrm{k},n)}$ merupakan nilai perpindahan untuk domain nomor gelombang. Oleh kerana hanya paramater perpindahan vertikal saja yang digunakan dalam teknik SASW, maka persamaan di atas hanya dituliskan sebagai (Gucunski, 1991):

$$w_{so}(r) = -\int_{\mathrm{k}=0}^{\infty} \mathrm{k} J_0(\mathrm{k}r) w_o(\mathrm{k})\, dk = -PoRo \int_{k=o}^{\infty} J_1(kR_o) J_0(kr) w_o(k)\, dk \tag{9}$$

dan bentuk diskritnya dituliskan dalam :

$$w_{so}(r) = -\frac{i\pi qR}{2} \sum_{l=1}^{2N} \frac{\left(\phi_z^{1l}\right)^2 J_1(\mathrm{k}_l R_1) H_0^{(2)}(\mathrm{k}_l r)}{\mathrm{k}_l} \tag{10}$$